

2024年度（2024年秋入学）
大学院工芸科学研究科博士前期課程（修士課程）
外国人留学生特別入試
入学試験学力検査問題

機械物理学専攻
機械設計学専攻

専門科目

注 意

- （1）問題番号〔1〕～〔8〕の中から2問を選択すること。選択した問題番号を解答用紙左上の〔 〕に必ず記入し、その問題番号の解答を解答用紙に記入すること。
- （2）解答用紙には、受験番号、問題番号と解答のみを記入すること。
その他のことを記入してあるものは無効とする。
- （3）解答を解答用紙裏面に書かないこと。

2024年8月20日

[1] 図1-1のように、左端が剛体壁に固定された長さ L 、厚さ t 、高さ b の板に、幅 w 、高さ h の切欠きが設けられている。この板の右端面の中央に引張荷重 P が作用する状態を考える。ここで、切欠き部中央の上端および下端をそれぞれ B および C 、それらの中央を G とする。板の長手方向、板厚方向および高さ方向をそれぞれ x 方向、 y 方向および z 方向として、以下の問いに答えなさい。ただし、重力および応力集中の影響は考えないものとする。また、板の長さ L は十分長いものとする。

- (1) 切欠き部の断面二次モーメント I を求めなさい。
- (2) 位置 G に生じる x 方向の垂直応力 σ_G を求めなさい。
- (3) 引張荷重 P の偏心によって切欠き部に生じる曲げモーメント M を求めなさい。
- (4) 位置 B および C に生じる x 方向の垂直応力 σ_B および σ_C を求めなさい。

図1-2は $x-z$ 平面における位置 G の微小領域である。

- (5) 位置 G における $x-z$ 面に関するモールの応力円を描き、そこに円の中心座標および円と σ 軸との交点の座標を示しなさい。
- (6) 図1-2のように、 z 方向から反時計方向に角度 θ 傾斜した方向の断面に作用する垂直応力 σ_θ およびせん断応力 τ_θ を求めなさい。

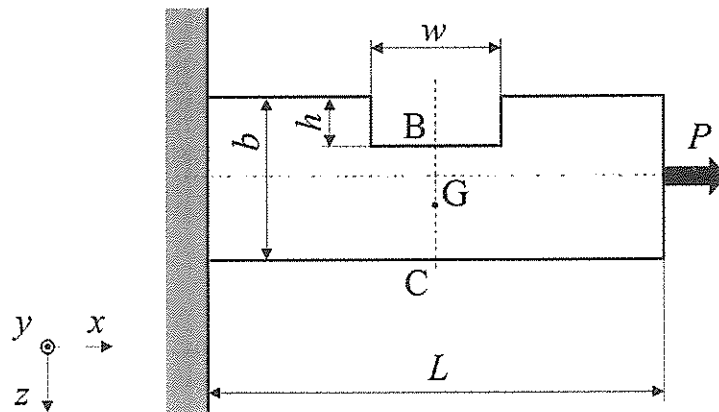


図1-1

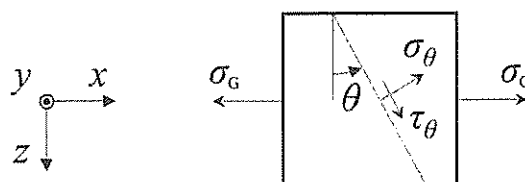


図1-2

[2] 左端 A が剛体壁に固定された長さ L 、内径 D_0 および外径 D の中空丸軸がある。この中空丸軸の剛性率を G_1 とするとき、以下の問いに答えなさい。なお、重力の影響は考えないものとする。

(1) 中空丸軸の断面二次極モーメント I_1 を求めなさい。

以下では、中空丸軸の断面二次極モーメントを I_1 として答えなさい。

(2) 図 2-1 のように、中空丸軸の右端 B に大きさ T のねじりモーメントを与えた。中空丸軸の右端 B における左端 A に対するねじれ角の大きさを求めなさい。

次に図 2-2 のように左端 A から距離 $2L/3$ にある断面 C に T とは逆向きで大きさ S のねじりモーメントを加えた。

(3) 中空丸軸の断面 C における左端 A に対するねじれ角の大きさを T と S を用いて表しなさい。

(4) 中空丸軸の右端 B における左端 A に対するねじれ角の大きさは 0 であった。 S を T のみを用いて表しなさい。

問(4)の状態から、続けて図 2-3 のように中空丸軸の中空部と同じ大きさで剛性率 G_2 の中実丸軸を挿入し、剛体壁および中空丸軸と接着した。その後、図 2-4 のように大きさ T および S のねじりモーメントを取り除いた。このとき、中空丸軸と中実丸軸はそれぞれ断面形状不変のまま、一体として回転したものとする。なお、中実丸軸の断面二次極モーメントを I_2 で表すこととする。

(5) A-C 間の左端 A から距離 x にある断面について、中実丸軸の左端 A に対するねじれ角の大きさが θ_x であるとき、中空丸軸の左端 A に対するねじれ角の大きさを θ_x を含む式で表しなさい。

(6) 中実丸軸の断面 C における左端 A に対するねじれ角の大きさを求めなさい。

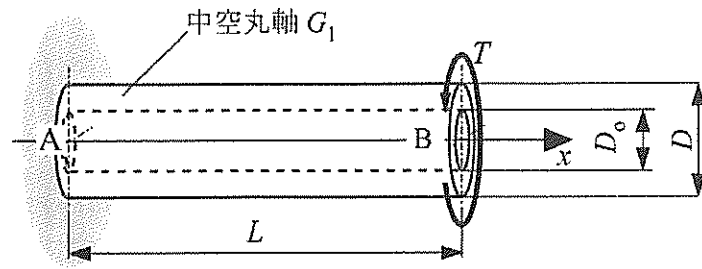


图 2-1

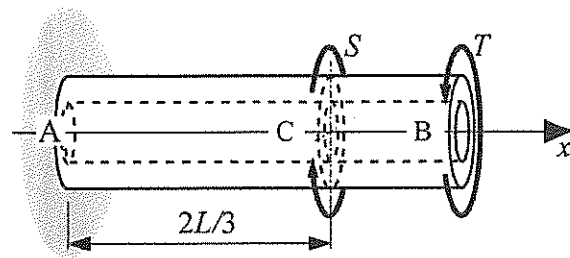


图 2-2

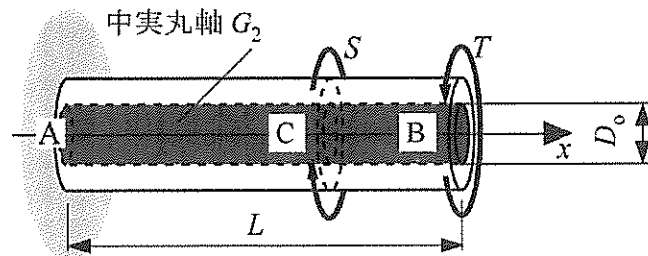


图 2-3

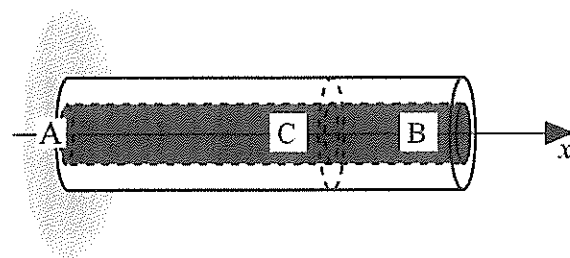


图 2-4

[3] 一辺の長さが L で質量が M の正三角形の様な板がある．この三角形の板の頂点 O をピンで留め，物理振り子を作った．支点の摩擦や空気抵抗などの減衰要素は無視できるものとする．重力加速度を鉛直下向きに g とするとき，以下の問いに答えなさい．

- (1) この板の重心 G の，点 O からの距離を L を用いて表しなさい．
- (2) つり合い状態から反時計回りの回転角を θ とするとき，回転中心 O まわりのモーメントを答えなさい．なお，モーメントも反時計回りを正とする．
- (3) 頂点 O まわりの慣性モーメントを I_0 とする． $|\theta|$ が十分に小さいと仮定したとき，この物理振り子の θ に関する運動方程式を記述しなさい．
- (4) 固有円振動数，固有振動数および固有周期を記述しなさい．
- (5) 時刻 $t = 0$ の回転角および角速度をそれぞれ $\theta(0) = \theta_0$ ， $\dot{\theta}(0) = \omega_0$ とするとき，回転角 $\theta(t)$ を θ_0 ， ω_0 を用いて余弦関数で表しなさい．なお，固有円振動数は ω_n として問(4)の答えを代入する必要はない．また， $|\theta|$ は十分に小さいと仮定する．

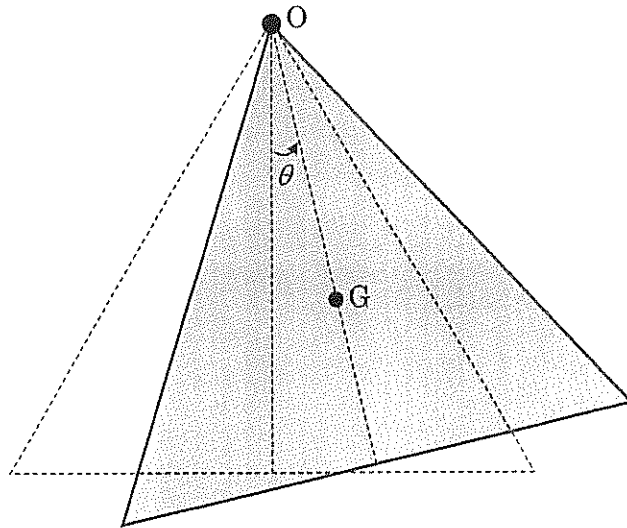


図 3 - 1

[4] サスペンションを有する自動車として質量 m のおもりがばね定数 k のばねと減衰係数 c のダッシュポットによって支持されている図4-1に示した簡易なモデルがある. しかしながらサスペンションに利用されるダンパーの内部は, 減衰弁を通過するオイルのみならず, 圧縮されたガスも充填されているため, 図4-2に示したように減衰係数 c のダッシュポットにばね定数 k_c のばねが直列に接続されたモデルで表現されることもある. おもりの上下方向の絶対変位を x , ばねとダンパーの接続部の上下方向の絶対変位を y , 路面の上下方向の絶対変位を z , 時間を t とする. 以下の問いに答えなさい.

- (1) 変位励振を受ける図4-1の系の運動方程式を求めなさい.
- (2) 図4-1の系の固有円振動数 ω_n および減衰比 ζ を求めなさい.
- (3) 振幅 Z , 円振動数 ω の変位励振 $z(t) = Z \cos \omega t$ を受ける図4-1の系のおもりの定常絶対変位応答 $x(t) = X \cos(\omega t - \phi)$ を求めなさい. ここで X はおもりの変位振幅であり, ϕ は変位励振 $z(t)$ に対する位相を表す.
- (4) 図4-1の系について, 入力の円振動数 ω が固有円振動数 ω_n の $\sqrt{2}$ 倍となる場合の振幅比 X/Z を求めなさい.
- (5) 図4-2の系の運動方程式を求めなさい.

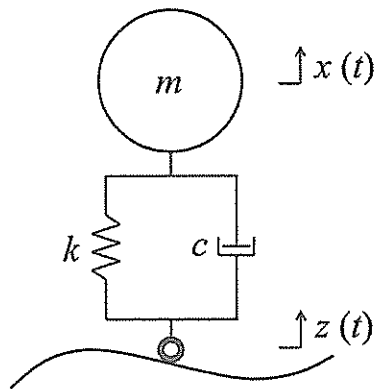


図4-1

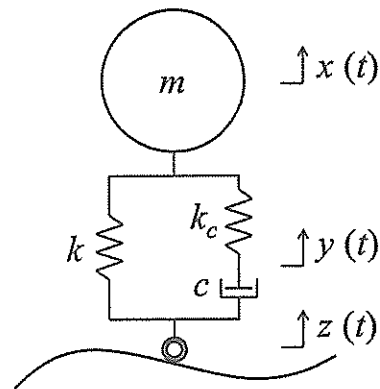


図4-2

[5] 理想気体とみなせる空気の状態変化を考える。空気の圧力を p ，比体積を v ，温度を T ，比エントロピーを s ，比エンタルピーを h ，定圧比熱を c_p ，比熱比を κ とする。以下の問いに答えなさい。

はじめに， $T-s$ 線図と $h-s$ 線図での空気の等圧線を考える。

- (1) $T-s$ 線図での等圧線の傾きを T と c_p を用いて求めなさい。
- (2) $h-s$ 線図での等圧線の傾きを T を用いて求めなさい。

つぎに図5-1の模式図に示すような，圧縮機と冷却器から構成される系を用いて，温度増加を抑えながら空気を圧縮することを考える。空気は連続的に状態を変えながら流れており，状態変化は準静的な可逆変化である。系は定常状態にある。状態変化前後での空気の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの変化は無視できる。状態1の空気は，圧縮機1で断熱圧縮されて状態2に至る。さらに冷却器で等圧冷却された後に，空気は状態3で圧縮機2に供給され，断熱圧縮されて状態4に至る。ここで状態 i ($i=1, 2, 3, 4$)は図5-1中に示した数字の位置と対応する。状態1での温度を T_1 ，圧力を p_1 とする。状態2での圧力を p_2 とする。また，冷却器では空気は T_1 まで冷却される ($T_3 = T_1$)。状態4での圧力を p_4 とする。空気の c_p と κ はそれぞれ一定とする。

- (3) 圧縮機1で単位質量あたりの空気になされる仕事を W_{12} とする。 W_{12} を p_1 ， p_2 ， T_1 ， c_p ， κ の中から必要なものを用いて表しなさい。
- (4) 冷却器で単位質量あたりの空気になされる仕事を W_{23} とする。 W_{23} を p_1 ， p_2 ， T_1 ， c_p ， κ の中から必要なものを用いて表しなさい。
- (5) 圧縮機2で単位質量あたりの空気になされる仕事を W_{34} とする。 W_{34} を p_1 ， p_2 ， p_4 ， T_1 ， c_p ， κ の中から必要なものを用いて表しなさい。
- (6) 系で単位質量あたりの空気になされる全仕事を W_{14} とする。ここで p_1 と p_4 を固定して p_2 を変化させた場合， W_{14} はある p_2 にて極小値をとる。このときの p_2 を p_1 と p_4 を用いて表しなさい。
- (7) p_2 が問(6)の条件を満たす場合での状態1から状態4までの状態変化を $p-v$ 線図， $T-s$ 線図， $h-s$ 線図に示しなさい。ただし，図においては状態1，2，3，4の位置を，それらの相対的位置関係が正しくなるように記入しなさい。

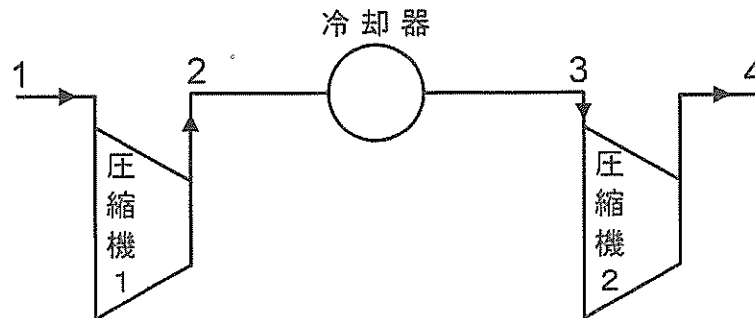


図5-1

[6] 理想気体を作動流体とする理想的なディーゼルサイクルとブレイトンサイクルを考える。ディーゼルサイクルは断熱圧縮，等圧加熱，断熱膨張，等積冷却の4つの可逆過程で構成され，ブレイトンサイクルは断熱圧縮，等圧加熱，断熱膨張，等圧冷却の4つの可逆過程で構成される。いま，圧縮開始時の気体の温度と圧力，サイクルの最高圧力と最高温度は，2つのサイクルで同一である。ディーゼルサイクルの圧縮開始時の気体温度を T_1 ，圧縮比（圧縮後に対する圧縮前の気体体積の比率）を 16，縮切比（加熱前に対する加熱後の気体体積の比率）を 2.25 とするとき，以下の問いに答えなさい。ただし，理想気体の比熱は温度に依存せず一定であるとし，比熱比は 1.5 とする。数値を用いて解答する場合は整数または小数を用い，小数は小数点以下2桁まで求めなさい。

- (1) ディーゼルサイクルの圧縮終了時における気体の温度を求めなさい。
- (2) ディーゼルサイクルの加熱終了時における気体の温度を求めなさい。
- (3) ディーゼルサイクルの膨張終了時における気体の温度を求めなさい。
- (4) ディーゼルサイクルの理論熱効率を求めなさい。
- (5) ブレイトンサイクルの膨張終了時における気体の温度を求めなさい。
- (6) ブレイトンサイクルの理論熱効率を求めなさい。
- (7) ディーゼルサイクルとブレイトンサイクルの $T-s$ 線図 (T : 温度, s : 比エントロピー) を重ねて描きなさい。ただし，ディーゼルサイクルは実線，ブレイトンサイクルは破線で示しなさい。

[7] 図7-1のように、断面積 A_1 を有する容器の側面に接続された管より、液体が定常的に流出している。この接続管の水平部の断面積は A_2 、鉛直部の断面積は A_3 となっており、 A_2 と A_3 は等しい。接続管から液面までの高さは h_1 であり、また、鉛直部の管の長さは h_2 となっている。断面積 A_3 の管の出口より流速 u_3 で大気中へ流出する液体は、出口から h_3 だけ落下した位置において断面積 A_4 、流速 u_4 となる。一方、容器の上方に設置されている断面積 A_0 の管より、出口流速 u_0 で容器に液体を供給しており、容器の液面高さは常に一定となっている。このとき、以下の問いに答えなさい。ただし、重力加速度を g 、液体の密度を ρ 、大気圧を P_a とする。また、液体は完全流体とみなし、摩擦や空気抵抗などによるエネルギー損失は全て無視できるものとする。

- (1) u_3 を用いて u_0 を表しなさい。
- (2) h_1 を用いて u_3 を表しなさい。
- (3) 容器に接続された管の水平部における流速と圧力を、それぞれ u_2 と p_2 とする。
 u_3 を用いて流速 u_2 を表しなさい。また、 h_2 を用いて圧力 p_2 を表しなさい。
- (4) u_4 および A_4 を、それぞれ h_1 、 h_2 および h_3 を用いて表しなさい。

その後、図7-2のように上方に設置された管からの液体の供給を止めると、接続管出口からの流速および接続管出口からの容器の液面高さが減少した。

- (5) 接続管出口からの流速が、供給停止前から半減したときの液面高さを H とするとき、 h_1 および h_2 を用いて H を表しなさい。

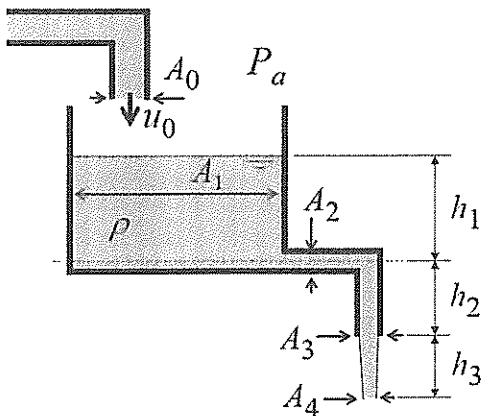


図7-1

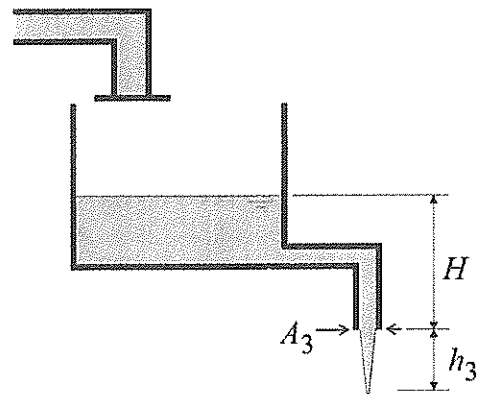


図7-2

[8] 図8-1に示すような、2次元円柱まわりの流れを考える。円柱の直径は L であり、流れ方向に x 軸を、それと垂直に y 軸をとる。検査空間 ABCD において、円柱は y 軸方向中央に位置し、辺 AD から x 軸に平行な流速 U の一様流を与えたとき、円柱には、奥行き方向に単位長さあたりの流体力 $F(F_x, F_y)$ が作用し、円柱後方にカルマン渦列が観測された。この渦列は規則的に配列され、渦列間距離 b とピッチ l の比が 0.28 であり、渦対の放出周波数は f であったと仮定する。また、検査空間 ABCD の辺 BC から流出した流速分布の x 方向成分は $u(y)$ であり、辺 AB と辺 CD から流出した流速分布の x 方向成分は U 、 y 方向成分はそれぞれ $-v(x)$ と $v(x)$ であった。流体を非圧縮性粘性流と仮定し、流体の密度を ρ 、流体の粘性係数を μ 、代表長さを L 、代表速度を U とするとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) レイノルズ数 Re を ρ 、 μ 、 L 、 U を用いて表しなさい。
- (2) レイノルズ数 $Re = 24000$ 、渦対の放出周波数 $f = 120$ Hz のとき、一様流の流速 U を求めなさい。ただし、 $\rho = 1.0 \text{ kg/m}^3$ 、 $\mu = 1.0 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ とする。また、ストロークハル数 St は $St = fL/U$ で定義され、 $St = 0.2$ とする。
- (3) 問(2)で求めた値を用いて、渦列間距離 b と円柱の直径 L の比 b/L を求めなさい。ただし、渦のピッチ l が $l = U/(2f)$ で表されるとする。
- (4) 検査空間に流入・流出する質量流量が等しく、次式が成り立つと仮定する。このとき、これと同様にして、単位時間あたりに流入・流出する運動量の x 方向成分の関係を示しなさい。ただし、奥行き方向を単位長さとする。

$$\rho \int_{y_0}^{y_1} U dy = \rho \int_{y_0}^{y_1} u(y) dy + 2\rho \int_{x_0}^{x_1} v(x) dx$$

- (5) 問(4)の関係をj用いて、次式を導出しなさい。

$$F_x = \rho \int_{y_0}^{y_1} u(y)\{U - u(y)\} dy$$

- (6) 問(2)で求めた値を用いて、円柱の抵抗係数 C_D の値を求めなさい。ただし、円柱の抵抗係数 C_D が $C_D = 2F_x/(\rho U^2 L)$ で表され、 $F_x = 1.44 \text{ N/m}$ とする。

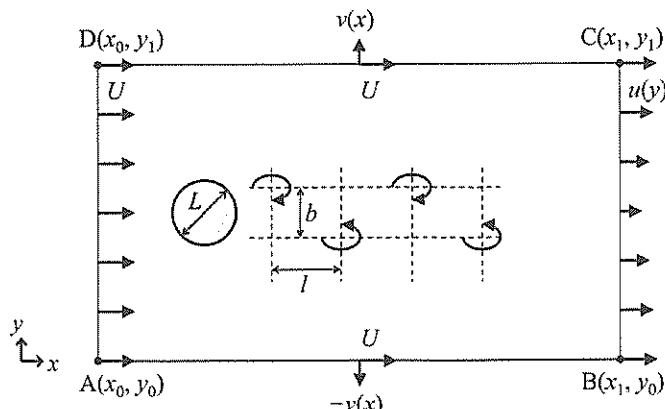


図8-1