

専門基礎（90分）

（機械工学課程）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題用紙と解答用紙を開いてはいけません。
2. 問題は、4ページからなっています。また、解答用紙は4枚あります。監督者から解答開始の合図があったら、問題用紙、解答用紙を確認し、落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙には、受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って、すべての解答用紙（合計4枚）の受験番号欄（合計8箇所）に受験番号を必ず記入しなさい。
4. この問題用紙の白紙と余白は、適宜下書きに使用してよろしい。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された場所（問題番号や設問の番号・記号などが対応する解答欄の中）に記入しなさい。なお、指定された場所以外や、裏面への解答は採点対象外です。また、解答や受験番号が判読不能の場合も、採点対象外になります。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. この問題用紙は、持ち帰りなさい。

I 空気を作動流体とする理想的ディーゼルサイクルがある。このサイクルは以下の4つの過程によって構成される。

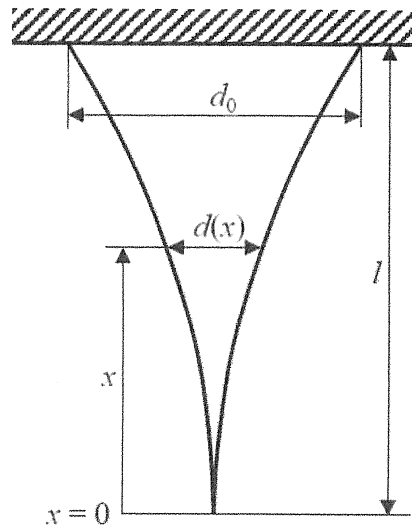
- ① 状態1→2 断熱圧縮
- ② 状態2→3 等圧加熱
- ③ 状態3→4 断熱膨張
- ④ 状態4→1 等容放熱

このサイクルに対して、状態1の空気の圧力、温度をそれぞれ P_1 , T_1 、状態1～3の空気の容積をそれぞれ、 V_1 , V_2 , V_3 、圧縮比を $\varepsilon = (V_1/V_2)$ 、締切比を $\sigma = (V_3/V_2)$ とするとき、以下の問いに答えなさい。ただし、空気は理想気体とみなせるものとし、その質量を 1 kg とする。また、空気の定容比熱 C_v 、定圧比熱 C_p 、比熱比 κ はそれぞれ、温度に依存せず一定であると仮定する。

- (1) このサイクルの P - V 線図 (P : 圧力, V : 容積) を描きなさい。
- (2) 状態2の圧力 P_2 を、 P_1 , ε , κ を用いて表しなさい。
- (3) 状態3の温度 T_3 を、 T_1 , ε , σ , κ を用いて表しなさい。
- (4) 状態4の温度 T_4 を、 T_1 , σ , κ を用いて表しなさい。
- (5) このサイクルの熱効率 η を、 ε , σ , κ を用いて表しなさい。

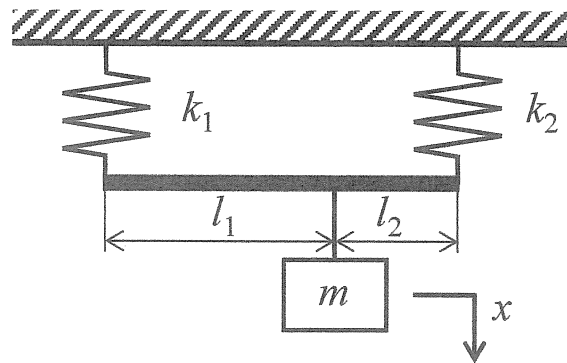
Ⅱ 図のように、長さ l 、下端から x の位置における幅 $d(x) = \frac{d_0}{l^2} x^2$ (板の上端の幅 d_0)、厚さ t 、ヤング率 E 、密度 ρ の板が剛体天井からつり下げられている。なお、重力加速度の大きさを g とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 板の下端から x の位置に生じる応力 $\sigma(x)$ を求めなさい。
- (2) 板の下端から x の位置に生じるひずみ $\varepsilon(x)$ を求めなさい。
- (3) 板全体の伸び λ を求めなさい。



Ⅲ 図に示すように、質量の無視できる長さ($l_1 + l_2$)の剛体棒が、質量の無視できる 2 つのばねで剛体天井からつり下げられている。この剛体棒の左端から l_1 の位置に質量 m の質点を取り付けた結果、剛体棒は図のような水平状態になった。左右のばねのばね定数をそれぞれ k_1, k_2 、 $x(t)$ を時刻 t での質点のこの状態からの鉛直下向きの変位とすると、以下の問いに答えなさい。ただし、変位は微小であるものとする。

- (1) 質点位置に鉛直方向の力を作用させる場合の、系の合成ばね定数を k_1, k_2, l_1, l_2 を用いて表しなさい。
- (2) 変位 $x(t)$ に関する、系の運動方程式を求めなさい。
- (3) 系の固有円振動数（固有角振動数） ω_0 と固有周期 T_0 を求めなさい。
- (4) 時刻 $t = 0$ における変位および速度をそれぞれ $x(0) = x_0$ 、 $\dot{x}(0) = v_0$ とするとき、変位 $x(t)$ を x_0, v_0, ω_0 を用いて余弦関数で表しなさい。



IV 圧縮性および粘性の影響が無視できる 2 次元非圧縮性完全流体に対するベルヌーイの式の導出に関して、以下の問いに答えなさい。ただし、1 本の流線を考え、流線上の速度ベクトルを $\mathbf{v}=(u,v)$ 、流体の密度を ρ 、圧力を p とし、外力は y 軸負方向に作用している重力のみであり、重力加速度の大きさを g とする。

- (1) 流線とは各点における速度ベクトルの方向とその点における接線方向とが一致する曲線であり、流線の方法を s とすると流線上の x, y 座標は $x(s), y(s)$ で表される。また、流線に沿う速度成分 q は

$$q = \frac{ds}{dt} = \sqrt{u^2 + v^2}$$

で与えられる。このとき、 x および y 方向の速度成分 u, v が

$$u = q \frac{dx}{ds}, \quad v = q \frac{dy}{ds}$$

と表されることを示しなさい。

- (2) 定常流に対するオイラーの運動方程式は

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (p + \rho gy), \quad u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (p + \rho gy)$$

と表すことができる。問(1)の関係をを用いると、これらの方程式は

$$u \frac{du}{ds} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (p + \rho gy) \frac{dx}{ds}, \quad v \frac{dv}{ds} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (p + \rho gy) \frac{dy}{ds}$$

と書き換えられることを示しなさい。

- (3) 問(2)で求めた運動方程式は

$$\frac{1}{2} \frac{d}{ds} (u^2 + v^2) = -\frac{1}{\rho} \frac{d}{ds} (p + \rho gy)$$

となることを示しなさい。

- (4) 以上より、1 本の流線に沿うベルヌーイの式を導きなさい。

(以 上)